

文章编号:1000-8055(2011)03-0512-06

基于浸入式边界方法的运动物体声辐射 数值模拟

梁 岸, 钟国华, 孙晓峰

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为了在声学计算中简化网格的处理, 从而发展出适用于运动复杂边界问题模拟的计算格式, 基于浸入式边界方法, 提出了一种适用于无黏流动、无穿透边界条件的处理方法, 并对一些简单的运动物体声辐射问题进行了数值模拟. 数值结果与解析解得到了令人满意的对比, 初步验证了所提出的研究方案的可行性.

关 键 词: 计算流体动力学; 计算气动声学; 运动边界; 浸入式边界方法; 声辐射

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Numerical simulation of sound radiation from moving bodies based on immersed boundary method

LIANG An, ZHONG Guo-hua, SUN Xiao-feng

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: To simplify the grid generation procedure in aeroacoustic problem simulation and develop a computational scheme suitable for moving complex geometries, a strategy of guaranteeing the impermeable boundary condition based on the immersed boundary (IB) method was proposed in the paper. Simulations of sound radiation from moving bodies were performed with relatively simple motion. Satisfactory comparison was conducted between present computational data and theoretical solutions, verifying the feasibility of the present method.

Key words: computational fluid dynamics; computational aeroacoustics;
moving boundary; immersed boundary method; sound radiation

大涵道比涡扇发动机的应用, 显著地降低了发动机的排气速度, 从原先的 500 m/s 以上, 降低到现阶段的 300 m/s 甚至更低. 在提高了发动机推进效率和燃油经济性的同时, 也使得在涡轮喷气发动机噪声中占主要成分的喷气噪声得到了很好的抑制, 获得了近 10 dB 的降噪量. 随之而来的是, 风扇叶片尺寸的增大以及转子、静子之间的干涉, 使得风扇的噪声增加. 风扇噪声相关的机理研究、数值模拟和降噪方案, 成为了控制发动机总体噪声水平的关键问题之一.

风扇噪声问题的物理实质, 是运动边界与流体相互作用发声. 对这一类问题的研究, 早期的时域研究方法, 主要采用 Farassat^[1]对 Ffowcs Williams-Hawkings^[2]方程的时域积分解, 以及类似的诸多衍生与改进方法. 这一类方法在诸如螺旋桨、直升机旋翼的噪声预测中取得了很大的成功. 如果用现阶段苛刻的眼光来看, 这一类方法存在着两个固有的缺陷: 其一是叶片表面的气动参数必须由实验数据或者数值计算结果输入; 其二是不能考虑非均匀流动对声传播过程的影响. 近年

收稿日期: 2010-02-06; 修订日期: 2010-04-01

基金项目: 国家自然科学基金(50736007)

作者简介: 梁岸(1981—), 男, 广西桂林人, 博士生, 主要从事流体与声学数值计算研究.

来,随着计算气动声学(computational aeroacoustics,简称CAA)的发展,采用类似计算流体动力学(computational fluid dynamics,简称CFD)的技术途径对声场进行数值模拟成为声学研究的一个重要方向.纵观CAA的发展历程^[3-8],可以看到,CAA初期的重大进展,集中在格式方面,例如针对波动问题优化的差分格式、时间推进格式,以及无反射边界条件的处理等等.以此为基础,CAA在喷流噪声的模拟方面取得了很大的成功,在机体噪声的模拟上也有所进展,但是在风扇、螺旋桨这一类运动边界问题上的进展比较缓慢.其中的一个重要原因就在于网格处理的难度.

浸入式边界方法(immersed boundary,简称IB)以及对IB进行边界精度改进后的浸入式界面方法(immersed interface method,简称IIM)由于在边界处理上的巨大优势而得到了广泛的注意,被认为是处理运动和复杂边界问题的很有前途的一类方法.其核心的思想是通过分布在边界上的源项来保证边界条件,从而避免贴体网格的使用.关于这类方法的介绍,可以参见文献^[9-10].

由于在边界处引入了源项,这就带来了方程封闭性的问题.对于柔性边界,边界力理所应当的与边界位移和形变相关联,例如对于心血管处的血液流动模拟^[11].对于刚体问题,采用反馈机制满足边界条件^[12-14],或者是将刚体转换为刚性很大的柔性体^[15-16],都不是很好的思路.这样的处理一方面增大了误差,以至于需要对边界形状进行光滑处理^[14],甚至是对最后计算出的升力、阻力系数进行滤波^[16];另一方面则是无意义地提高了系统的刚性,从而导致更为苛刻的时间步长限制. Le, Khoo 等人^[17]和 Su, Lai 等人^[18]分别在IIM和IB的框架下提出了构造边界力对边界速度影响矩阵然后求逆的思路,这样的做法成功地避免了刚性系统的问题,在数值计算中可以选用比较大的Courant-Friedrichs-Lewy(CFL)数.2008年,Xu^[19]针对刚体运动问题,通过建立一个清晰的物理模型,引入边界处的表面力和物体内部的体积力并与其动力学特性相关联,得到了一个通过解析公式计算源项的方法.

目前文献中所见的IB/IIM方法在流体力学领域的应用,都是针对黏性流体和无滑移边界条件,这样的假设自然是更接近于实际,但是在高雷诺数的情形下也带来了巨大的计算量需求和算法复杂性,例如湍流的模拟、边界层的刻画等等.在气动声学领域,很多问题用欧拉方程来描述就可

以得到很好的结果,例如以较低速度运动的旋转叶片,其声辐射的主要贡献来自于边界速度导致的单极子厚度噪声和叶片表面周期性载荷导致的偶极子,而湍流等随机脉动带来的四极子源通常可以忽略.因此认为,将IB/IIM类方法应用于欧拉方程,对运动物体的声学问题进行数值模拟是一个很值得探索的研究方向.

就本文作者所知,国内外文献很少有将IB/IIM方法用于欧拉方程的研究工作.尽管IB/IIM方法应用于Navier-Stokes(N-S)方程和应用于欧拉方程,其基本思路是完全相同的,但是边界条件存在差异.在边界条件的实现方式,以及格式的精度、稳定性等方面,都可能有潜在的问题.本文将对这些问题做初步的探讨.如果这样的思路可行,在拓宽IB/IIM方法应用范围的同时,也很可能会为计算气动声学领域开拓一个崭新的研究方向.

IB方法与IIM相比,尽管边界精度偏低,但是数值稳定性较好,而且简单易实现,因而仍然得到了广泛的应用.本文采用IB方法,求解线化欧拉方程,用与文献^[18]相同的思路保证边界处的无穿透边界条件,针对做简单运动的物体(二维脉动球源和振动球源),计算其声辐射问题,初步验证了这一技术路线的可行性.

1 数值方法

1.1 问题描述和主控方程

本文数值模拟的对象是二维静止均匀介质中,边界以一定运动规律作小幅振动的圆柱的自由空间辐射问题.对于这样的声学问题,黏性的作用非常小,可以用欧拉方程来描述.本文求解的主控方程为如下所示的二维线化欧拉方程:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{\rho}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 \bar{\rho} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{\rho}} \\ 0 & 0 & c^2 \bar{\rho} & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中 ρ, u, v, p 分别表示脉动密度、 x 方向速度、 y 方向速度和脉动压力, $\bar{\rho}$ 为平均密度, c 为声速.

1.2 时间空间离散格式

为了更准确地描述声波传播过程中的频散、耗散特性,空间离散采用 Tam 等提出的 7 点 dispersion relation preserving(DRP)格式^[3,20],中心差分的 7 点 DRP 格式为

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = \left[\frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-3}^3 a_j f(x+j\Delta x) \right] + O(h^4)$$

差分系数为

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = a_{-1} = 0.770882380518$$

$$a_2 = -a_{-2} = 0.166705904415$$

$$a_3 = -a_{-3} = 0.0208431427703$$

类似,非对称的 7 点 DRP 格式为

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = \left[\frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-n}^m a_j^m f(x+j\Delta x) \right] + O(h^4)$$

其中 n 为左侧网格点数, m 为右侧网格点数. 差分系数 a_j^m 见参考文献[3].

时间推进采用 Hu 等^[21]提出的 low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta 4-6(LDDRK 4-6)格式,即轮流采用 4 级、6 级的低频散耗散龙格-库塔格式. 对于初值问题

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{F}(\mathbf{U}) \quad (3)$$

文献[21]中给出的时间推进格式为

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{U}^n$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{U}^n + \alpha_i \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{K}_{i-1}), \quad i = 2, 4/6$$

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{i=1}^{4/6} \beta_i \mathbf{F}(\mathbf{K}_i) \quad (4)$$

其中 Δt 为时间步长,式(4)中的系数如表 1 所示.

表 1 LDDRK 4-6 格式系数

Table 1 Coefficients of LDDRK 4-6 scheme

	LDDRK-4		LDDRK-6	
	α_i	β_i	α_i	β_i
1	0	1/6	0	0.0467621
2	0.5	1/3	0.353323	0.137286
3	0.5	1/3	0.999597	0.170975
4	1	1/6	0.152188	0.197572
5			0.534216	0.282263
6			0.603907	0.165142

为了便于在每一级中都保证固壁边界条件,将式(4)改写为如下形式:

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{U}^n$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{U}^n + \alpha_i \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{K}_{i-1}), \quad i = 2, 5/7$$

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{i=1}^{4/6} \beta_i \mathbf{F}(\mathbf{K}_i) =$$

$$\sum_{i=1}^{4/6} \frac{\beta_i}{\alpha_{i+1}} [\mathbf{U}^n + \alpha_{i+1} \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{K}_i)] =$$

$$\sum_{i=1}^{4/6} \frac{\beta_i}{\alpha_{i+1}} \mathbf{K}_{i+1} = \sum_{i=2}^{5/7} \frac{\beta_{i-1}}{\alpha_i} \mathbf{K}_i = \sum_{i=2}^{5/7} c_i \mathbf{K}_i \quad (5)$$

其中 $c_i = \frac{\beta_{i-1}}{\alpha_i}$, 且有 $\sum_{i=2}^{5/7} c_i = 1$. 由此得出适用于式(5)的系数,如表 2 所示.

表 2 修改后的 LDDRK 4-6 格式系数

Table 2 Coefficients of modified LDDRK 4-6 scheme

	LDDRK-4		LDDRK-6	
	β_i	c_i	β_i	c_i
1	1/6		0.0467621	
2	1/3	1/3	0.137286	0.132349
3	1/3	2/3	0.170975	0.137341
4	1/6	1/3	0.197572	1.123446
5		-1/3	0.282263	0.369835
6			0.165142	0.467395
7				-1.230367

1.3 计算域无反射边界条件

因为是在有限计算域中模拟自由空间,所以要求扰动到达计算域边界后被完全吸收或是能够自由地传出,而不会向内场反射. 本文中采用文献[22]中所述的 perfectly matched layer(PML)条件,在吸收区中求解如下方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} \right) + \mathbf{B} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \sigma_x \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} \right) + \\ (\sigma_x + \sigma_y) \mathbf{u} + \sigma_x \sigma_y \mathbf{q} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6)$$

吸收系数 σ_x 和 σ_y 的选取与文献[22]相仿.

1.4 壁面边界条件的 IB 格式处理

将式(1)展开,并在动量方程中加入力源项

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\bar{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \\ \frac{\partial p}{\partial t} = -c^2 \bar{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (7)$$

其中 F_x, F_y 分别表示边界对流体的 x, y 方向作用力. 因为动量方程中加入的源项表示体积力, 而边界对流体的作用力本质上是表面力, 于是, 源项具有这样的形式

$$\begin{aligned} F_x &= \int_s f_x \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) ds \\ F_y &= \int_s f_y \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) ds \end{aligned} \quad (8)$$

其中 f_x, f_y 表示分布在边界上的力的线密度, $\mathbf{x}$ 为流体的坐标, $\mathbf{X}$ 为边界的坐标, 积分沿边界表面进行. 在无黏流体中, 边界对流体只有法向作用力, 因此, 作用力可以写为

$$\begin{aligned} f_x &= \mathbf{f}_n n_x \\ f_y &= \mathbf{f}_n n_y \end{aligned} \quad (9)$$

其中 n_x, n_y 分别为单位法向矢量在 x, y 方向的投影.

式(8)中的狄拉克 δ 函数采用文献[9]中的方法用光滑函数近似, 即

$$\delta(\mathbf{x}) \approx \delta_h(\mathbf{x}) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \phi\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \phi\left(\frac{y}{\Delta y}\right)$$

$$\phi(r) = \begin{cases} 0, & r \leq -2 \\ \frac{1}{8}(5 + 2r - \sqrt{-7 - 12r - 4r^2}), & -2 \leq r \leq -1 \\ \frac{1}{8}(3 + 2r + \sqrt{1 - 4r - 4r^2}), & -1 \leq r \leq 0 \\ \frac{1}{8}(3 - 2r + \sqrt{1 + 4r - 4r^2}), & 0 \leq r \leq 1 \\ \frac{1}{8}(5 - 2r - \sqrt{-7 + 12r - 4r^2}), & 1 \leq r \leq 2 \\ 0, & 2 \leq r \end{cases} \quad (10)$$

其中 Δx 和 Δy 分别为 x 方向和 y 方向的空间步长. 于是, 在离散的系统, 边界力通过如下的散布过程作用到流场, 导致流体速度变化

$$\begin{aligned} \Delta u(i, j) &= F_x(i, j) \Delta t = \\ &= \sum_w \{f_x(w) \Delta w(w) \delta_h[\mathbf{x}(i, j) - \mathbf{X}(w)]\} \\ \Delta v(i, j) &= F_y(i, j) \Delta t = \\ &= \sum_w \{f_y(w) \Delta w(w) \delta_h[\mathbf{x}(i, j) - \mathbf{X}(w)]\} \end{aligned} \quad (11)$$

其中 (i, j) 为流场网格序号, w 为边界点序号; $\Delta u, \Delta v$ 分别表示 x, y 两个方向的速度增量, Δw 表示边界微段的长度, Δt 为时间步长.

由无穿透边界条件, 边界的法向速度与同一点的流体法向速度相同. 在 IB 方法中, 按下式插值得到:

$$\begin{aligned} u_n(w) &= n_x \sum_{i,j} [u(i, j) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) \Delta x \Delta y] + \\ &+ n_y \sum_{i,j} [v(i, j) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) \Delta x \Delta y] \end{aligned} \quad (12)$$

于是根据式(11), (12), 可以得到边界力对边界速度的影响. 通过一个影响矩阵 $\mathbf{A}$ 来表示, 即

$$\mathbf{A} \mathbf{f}_n = \frac{\Delta \mathbf{U}_n}{\Delta t} \quad (13)$$

具体地, 令向量 $\mathbf{f}_n$ 的第 i 个分量为 1, 其余分量为 0, 利用式(11), (12) 计算得到边界速度增量, 即为影响矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 个列向量. 文献[17-18]中都提到, 当边界点过于密集的时候, 影响矩阵 $\mathbf{A}$ 会变得奇异, 这时式(13)需要采用 singular value decomposition(SVD)方法求解.

1.5 固体内部流场的处理

使用 IB 方法, 会在固体内部也计算出流场. 这部分流场没有物理意义, 但在计算中会起到作用, 例如在计算导数和插值计算边界速度的时候. 对于黏性问题, 由于边界条件是无滑移, 而且存在黏性耗散, 内部的流场一般不需要做特殊处理. 而在本文所针对的无黏问题中, 由于有切向速度的存在而且没有黏性机制, 边界处产生的内传波可能会导致内部流场发散. 为了解决这一问题, 在圆柱内部也设置了 PML 吸收区域, 把向圆柱内部传播的波逐渐吸收掉. 圆柱内部的 PML 方程与式(6)相同, 吸收系数按如下规律给定:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{\max} \frac{r(x, y) - r_{\text{pml}}}{r_0} \quad (14)$$

其中 r_{pml} 为小于圆柱半径 r_0 的某个值, 本文计算中取 $r_{\text{pml}} = r_0 - 4\Delta x$.

1.6 边界位移的处理

IB 方法中, 边界位移可以方便的由边界速度积分得到, 随后通过改变边界点的坐标描述. 本文的算例是微幅的振动问题, 于是边界位移暂时忽略不计. 考虑边界位移之后, 影响矩阵以及内部流场的处理将是下一步的工作计划.

1.7 计算流程

综合以上讨论, 给出从 n 时间层推进到 $n+1$ 时间层的流程要点如下:

- 1) 按照式(5)的 LDDRK 4-6 进行时间推进.
- 2) 在 LDDRK 4-6 的每一级中: 按式(7) (不加入源项) 计算右端项, PML 区域中, 按照式(6)

计算附加的各项,并计算出式(5)中的 K_i . 随后按式(12),在上一步计算得到的 K_i 中插值得到边界速度,与给定的边界速度做差得到速度误差,继而求解式(13)得到源项,然后按照式(11),将边界力作用于流场,即得到满足固壁边界条件的 K_i .

3) 将各级计算出的 K_i 依式(5)加权相加,即得到下一时间层的流场.

2 计算结果对比

2.1 脉动球源

考虑一个作均匀简谐微幅膨胀收缩运动的圆柱,即二维脉动球源,亦称为0阶球源. 圆柱半径为 r_0 , 边界法向速度为 $u_n e^{-i\omega t}$. 其辐射声压的解析解为

$$p = -\frac{i u_n \omega \bar{\rho} H_0^{(1)}(kr)}{k H_1^{(1)}(kr_0)} e^{-i\omega t} \quad (15)$$

其中 k 为波数, $H_m^{(1)}$ 别为 m 阶 Hankel 函数.

本文的数值计算中,取流体平均密度 $\bar{\rho} = 1$, 声速 $c = 1$, 圆柱半径 $r_0 = 0.5$, 波长 $\lambda = 0.2$, 速度幅值 $u_n = 1 \times 10^{-4}$.

如图1所示,计算域为 $(-1, 1) \times (-1, 1)$ 的正方形区域,划分为 281×281 的均匀网格,圆柱的圆心设在原点 $(0, 0)$, 圆周由均匀分布的 500 个点描述,计算域四周设置宽度为 0.4 的 PML 区域. 柯朗(CFL)数取为 $0.5 \left[C_{CFL} = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x} \right]$.

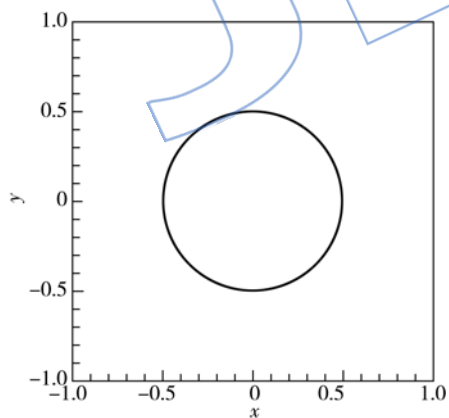


图1 计算域示意图

Fig. 1 Computational domain

图2为计算200步($t=1$)时直线 $y=0$ 上声压数值解与解析解的对比. 可以看到,数值解与解析解符合得很好. 图中 $(-0.5, 0.5)$ 区间是圆柱内部,这个区域内,解析解设为0,而从数值解的曲线可以看出,向圆柱内部传播的波得到了很好的控制.

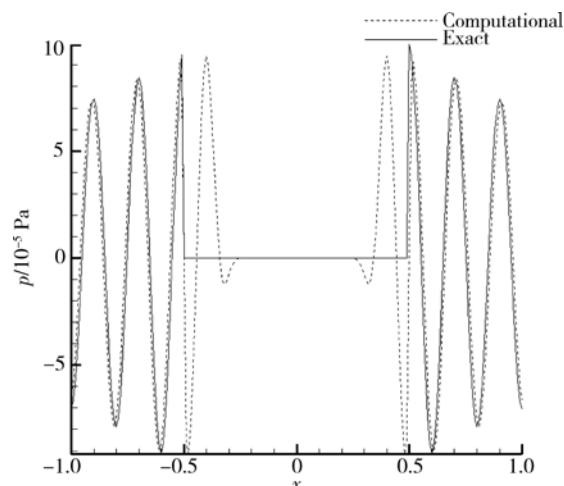


图2 脉动球源计算结果对比

Fig. 2 Comparison of dilating cylinder radiation

2.2 振动球源

考虑一个作刚体简谐振动的圆柱,即二维振动球源,亦称为1阶球源. 假设振动沿 x 方向,速度为 $u_n e^{-i\omega t}$, 则边界法向速度为 $u_n \cos \theta e^{-i\omega t}$. 其辐射声场解析解为

$$p = \frac{2 \bar{\rho} u_n i \omega \cos \theta H_1^{(1)}(kr)}{k [H_0^{(1)}(kr_0) - H_2^{(1)}(kr_0)]} e^{-i\omega t} \quad (16)$$

算例中,设刚体速度幅值为 $u_n = 1 \times 10^{-4}$, 其余设置与2.1节的脉动球源完全相同.

图3为计算200步($t=1$)时直线 $y=0$ 上声压数值解与解析解的对比. 可以看到,数值解仍然与解析解有很好的吻合.

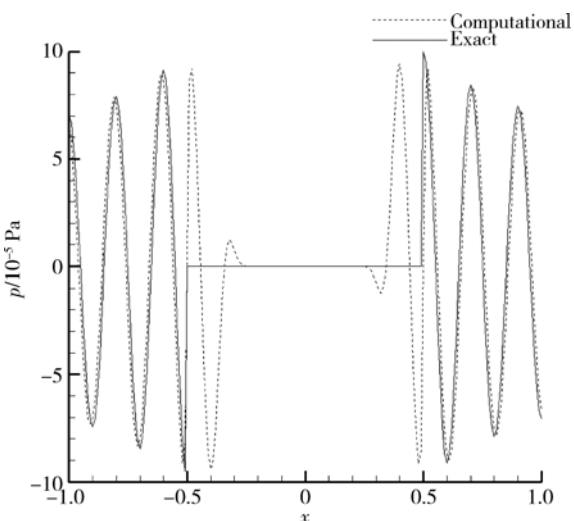


图3 振动球源计算结果对比

Fig. 3 Comparison of oscillating cylinder radiation

3 结 论

本文提出了一种将浸入式边界方法应用于无黏流动的技术方案,通过理论推导、数值计算和结果对比,得出以下主要结论:

1) 将浸入式边界方法应用于无黏流动是可行的.对浸入式边界方法来说,黏性流动与无黏流动的主要区别在于固壁边界条件.黏性流动中,需要加入法向和切向的力源项以保证无滑移边界条件,对于无黏流动,需要且仅需要加入法向的力源项保证无穿透边界条件.

2) 采用求解影响矩阵来得到边界力的方法,结果令人满意,在精度和放宽时间步长限制方面都有很好的表现.

3) 对于无黏流动,固体内部的流场可能需要做特殊处理,本文提出了一种适用于线化欧拉方程的处理方式.

4) 简单算例的对比表明,浸入式边界方法极大地简化了网格的处理,同时可以只用很少的计算量代价来处理速度边界条件,从而描述物体的各种复杂运动.将其应用于声学问题是值得继续发展的一条技术道路.

根据这样的思路,针对目标问题,我们认为,今后可能的研究方向包括库塔条件的处理,适用范围更广的内部流场处理机制,考虑边界位移情况下边界力的快速计算等等.

参考文献:

- [1] Farassat F. Theory of noise generation from moving bodies with an application to helicopter rotors[R]. NASA Technical Report R-451, 1975.
- [2] Ffowcs Williams J E, Hawkings D L. Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society (London), 1969, A264:321-342.
- [3] Tam C K W. Computational aeroacoustics: issues and methods[J]. AIAA Journal, 1995, 33(10):1788-1796.
- [4] Lele S K. Computational aeroacoustics: a review [R]. AIAA Paper 97-0018, 1997.
- [5] Tam C K W, Hardin J C. Second computational aeroacoustics(CAA) workshop on benchmark problems[R]. NASA Conference Publication 3352, 1997.
- [6] Tam C K W, Sankar L N, Huff D L. Third computational aeroacoustics(CAA) workshop on benchmark problems [R]. NASA/CP 2000-209790, 2000.
- [7] Dahl M D. Fourth computational aeroacoustics (CAA) workshop on benchmark problems[R]. NASA/CP 2004-212954, 2004.
- [8] Tam C W K. Recent advances in computational aeroacoustics[J]. Fluid Dynamics Research, 2006, 38(9):591-615.
- [9] Peskin C S. The immersed boundary method[J]. Acta Numerica, 2002, 11:479-517.
- [10] LI Zhilin, Ito K. The immersed interface method; numerical solutions of PDEs involving interfaces and irregular domains[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- [11] Peskin C S. Flow patterns around heart valves; a numerical method[J]. Journal of Computational Physics, 1972, 10(2):252-271.
- [12] Goldstein D, Handler R, Sirovich L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field[J]. Journal of Computational Physics, 1993, 105(2):354-366.
- [13] Saiki E M, Biringen S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow; application of a virtual boundary method [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 123(2):450-465.
- [14] Xu S, Wang Z J. An immersed interface method for simulating the interaction of a fluid with moving boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 2006, 216(2):454-493.
- [15] Lai M C, Peskin C S. An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 160(2):705-719.
- [16] Miller L A, Peskin C S. When vortices stick: an aerodynamic transition in tiny insect flight[J]. Journal of Experimental Biology, 2004, 207(17):3073-3088.
- [17] Le D V, Khoo B C, Peraire J. An immersed interface method for viscous incompressible flows involving rigid and flexible boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 2006, 220(1):109-138.
- [18] Su S W, Lai M C, Lin C A. An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary [J]. Computers & Fluids, 2007, 36(2):313-324.
- [19] Xu S. The immersed interface method for simulating prescribed motion of rigid objects in an incompressible viscous flow[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(10):5045-5071.
- [20] Tam C K W, Webb J C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics [J]. Journal of Computational Physics, 1993, 107(2):262-281.
- [21] Hu F Q, Hussaini M Y, Manthey J L. Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 124(1):177-191.
- [22] Hu F Q. A perfectly matched layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean flow[J]. Journal of Computational Physics, 2005, 208(2):469-492.